

לוגיקה: תחשיב הפסוקים

1

פרק 3 תקפות בתחשיב הפסוקים

2

כלל יסודי של הלוגיקה

תקפות היא פונקציה של מבנה

המבנה של טיעון הוא פונקציה של הסידור של הביטויים השונים בטיעון, כאשר לביטויים לוגיים יש תפקיד מרכזי.

3

תחשיב הפסוקים

בתחשיב הפסוקים הביטויים הלוגיים הם קשרים פסוקיים שהם קשרי פונקציית-אמת

קשר פסוקי (או בקצרה, קשר) הוא ביטוי "לא שלם" – כלומר ביטוי שיש בו חלל אחד או יותר – כך ש: כאשר ממלאים את החללים (בפסוקים) מקבלים ביטוי שגם הוא פסוק

לומר על קשר שהוא קשר פונקציית-אמת זה לומר שערך האמת של פסוק מורכב שנוצר באמצעות קשר זה הינו פונקציה של ערכי האמת של החלקים שהקשר מחבר

4

תחשיב הפסוקים

בתחשיב הפסוקים ישנם חמישה קשרים פסוקיים

1. קוניונקציה &
2. דיסיונקציה ∨
3. שלילה ~
4. גרירה →
5. גרירה דו-כיוונית ↔

5

תקפות

טיעון אינו תקף אם ורק אם אפשרי שכל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית	טיעון הוא תקף אם ורק אם לא אפשרי שכל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית
---	---

6

מה היא 'אפשרות'?

בתחשיב הפסוקים
אפשרות היא **מקרה**,
 כלומר
 צירופים אפשריים של ערכי אמת
לפסוקים אטומיים

7

7

תזכורת

פסוק **מורכב** (מולקולרי) הינו פסוק המורכב
 מפסוק אחד, או מספר פסוקים קטנים יותר ע"י
 שימוש בקשרים)

פסוק **פשוט** (אטומי) הינו פסוק שאינו פסוק מורכב

8

8

דוגמה 1

אם בטיעון יש 2 פסוקים אטומיים
 אז ישנם 4 מקרים

R	S	
T	T	מקרה 1
F	T	מקרה 2
T	F	מקרה 3
F	F	מקרה 4

9

9

דוגמה 2

אם בטיעון יש 3 פסוקים אטומיים
 אז ישנם 8 מקרים

S	R	Q	
T	T	T	מקרה 1
F	T	T	מקרה 2
T	F	T	מקרה 3
F	F	T	מקרה 4
T	T	F	מקרה 5
F	T	F	מקרה 6
T	F	F	מקרה 7
F	F	F	מקרה 8

10

10

באופן כללי

אם בטיעון יש n פסוקים אטומיים
 אז ישנם 2^n מקרים

11

11

דוגמה 1 מודוס טולנס

מסקנה /	הנחה;	הנחה
/ לא R	; לא S	אם R אז S
/ $\sim R$; $\sim S$	$R \rightarrow S$

12

12

טבלת אמת

$\neg R$	$\neg S$	$R \rightarrow S$	S	R	מקרה
F	F	T	T	T	1
F	T	F	F	T	2
T	F	T	T	F	3
T	T	T	F	F	4

האם יש מקרה שבו כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית? **לא**

האם הטיעון תקף או לא תקף? **תקף**

13

דוגמה 2 התיאום הרשע של מודוס טולנס

מסקנה	הנחה 1	הנחה 2	הנחה 3
$\neg S$	$\neg R$	$R \rightarrow S$	$S \wedge R$

14

תזכורת: שיטת הדוגמה הנגדית

כדי להראות שטיעון אינו תקף מספיק למצוא לו דוגמה נגדית

15

הגדרת דוגמה נגדית

ניקח טיעון. נקרא לו A
דוגמה נגדית ל A (על פי הגדרה)
כל טיעון A* שיש לו את כל המאפיינים הבאים:

1. ל A* יש אותו מבנה כמו ל- A
2. כל ההנחות של A* אמיתיות (כלומר, A* נכון עובדתית)
3. המסקנה של A* שקרית

16

דוגמה נגדית

$\neg S$	$\neg R$	$R \rightarrow S$	S	R	מקרה
F	F	T	T	T	1
T	F	F	F	T	2
F	T	T	T	F	3
T	T	T	F	F	4

האם יש מקרה שבו כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית? **כן**

האם הטיעון תקף או לא תקף? **לא תקף**

17

טבלת אמת

$\neg R$	$\neg S$	$R \rightarrow S$	S	R	מקרה
F	F	T	T	T	1
F	T	F	F	T	2
T	F	T	T	F	3
T	T	T	F	F	4

האם יש מקרה שבו כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית? **כן**

האם הטיעון תקף או לא תקף? **לא תקף**

18

דוגמה 3 מודוס פוננס

מסקנה /	הנחה 2;	הנחה 1
S	; R	אם R אז S
S	; R	$R \rightarrow S$

19

19

טבלת אמת

/ S	; R	$R \rightarrow S$	S	R	מקרה
T	T	T	T	T	1
F	T	F	F	T	2
T	F	T	T	F	3
F	F	T	F	F	4

לא האם יש מקרה שבו כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית?

תקף האם הטיעון תקף או לא תקף?

20

20

דוגמה 4 התיאום הרשע של מודוס פוננס

מסקנה /	הנחה 2;	הנחה 1
R	; S	אם R אז S
R	; S	$R \rightarrow S$

21

21

דוגמה נגדית

/ R	; S	אם R אז S
אני בתל-אביב	אני בישראל	אם אני בתל-אביב, אז אני בישראל
F	T	T

22

22

טבלת אמת

/ R	; S	$R \rightarrow S$	S	R	מקרה
T	T	T	T	T	1
T	F	F	F	T	2
F	T	T	T	F	3
F	F	T	F	F	4

כן האם יש מקרה שבו כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית?

לא תקף האם הטיעון תקף או לא תקף?

23

23

דוגמה 5 מודוס טולנדו פוננס (סילוגיזם דיסיונקטיבי)

מסקנה /	הנחה 2;	הנחה 1
S	; לא R	S או R
S	; $\neg R$	$R \vee S$

24

24

טבלת אמת

/S	; ~R	$R \vee S$
T	F	T
F	F	T
T	T	T
F	T	F

S	R	מקרה
T	T	1
F	T	2
T	F	3
F	F	4

האם יש מקרה שבו כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית? **לא**

האם הטיעון תקף או לא תקף? **תקף**

25

25

דוגמה 6

התיאום הרשמי של מודוס טולנדו פוננס

מסקנה /	הנחה 2 ;	הנחה 1
לא S	; R	S או R
~S	; R	$R \vee S$

26

26

טבלת אמת

/~S	; R	$R \vee S$
F	T	T
T	T	T
F	F	T
T	F	F

S	R	מקרה
T	T	1
F	T	2
T	F	3
F	F	4

האם יש מקרה שבו כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית? **כן**

האם הטיעון תקף או לא תקף? **לא תקף**

27

27

דוגמה 7

מסקנה	הנחה
(S R) לא /	R לא
~(R & S) /	~R

28

28

טבלת אמת

~(R & S) /	~R
F	T
T	T
T	F
T	F

האם יש מקרה שבו כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית? **לא**

האם הטיעון תקף או לא תקף? **תקף**

29

29

דוגמה 8

R לא /	(S R) לא
~R /	~(R & S)

30

30

טבלת אמת

\sim	R	/	\sim	(R & S)
F	T		F	T
F	T		T	F
T	F		T	F
T	F		T	F

האם יש מקרה שבו כל ההנחות אמיתיות והמסקנה שקרית? **כן**

האם הטיעון תקף או לא תקף? **לא תקף**

31

אקוויוולנטיות לוגית

שתי נוסחאות הן אקוויוולנטיות לוגית אם ורק אם יש להן את אותו ערך אמת (בכל המקרים)

32

שימו לב!

$\sim R \& \sim S \neq \sim (R \& S)$

$\sim R \vee \sim S \neq \sim (R \vee S)$

33

טבלת אמת לדוגמה 8

\sim	(R & S)	//	\sim	R	&	\sim	S
F	T		F	T	F	F	T
T	T		F	T	F	T	F
T	F		T	F	F	F	T
T	F		T	F	T	T	F

האם לשתי הנוסחאות יש את אותם ערכי אמת בכל המקרים? **לא**

האם שתי הנוסחאות אקוויוולנטיות לוגית? **לא**

34

טבלת אמת לדוגמה 9

\sim	(R \vee S)	//	\sim	R	\vee	\sim	S
F	T		F	T	F	F	T
F	T		F	T	T	T	F
F	F		T	F	T	F	T
T	F		T	F	T	T	F

האם לשתי הנוסחאות יש את אותם ערכי אמת בכל המקרים? **לא**

האם שתי הנוסחאות אקוויוולנטיות לוגית? **לא**

35

שתי נוסחאות אקוויוולנטיות (1)

\sim	(R & S)	//	\sim	R	\vee	\sim	S
F	T		F	T	F	F	T
T	T		F	T	T	T	F
T	F		T	F	T	F	T
T	F		T	F	T	T	F

האם לשתי הנוסחאות יש את אותם ערכי אמת בכל המקרים? **כן**

האם שתי הנוסחאות אקוויוולנטיות לוגית? **כן**

36

שתי נוסחאות אקויוולנטיות (2)

$\sim (R \vee S)$				//	$\sim R$	$\&$	$\sim S$
F	T	T	T		F	T	F
F	T	T	F		F	T	T
F	F	T	T		T	F	F
T	F	F	F		T	F	T

האם לשתי הנוסחאות יש את אותם ערכי אמת בכל המקרים? **כן**

האם שתי הנוסחאות אקויוולנטיות לוגית? **כן**

37

37

טאוטולוגיות, סתירות, וקונטינגנטיות

נוסחה $\mathbf{\neg}$ היא טאוטולוגיה

אם ורק אם
ערך האמת של $\mathbf{\neg}$ הוא **T** בכל מקרה
(העמודה האחרונה בטבלה כולה **T**)

נוסחה $\mathbf{\neg}$ היא סתירה

אם ורק אם
ערך האמת של $\mathbf{\neg}$ הוא **F** בכל מקרה
(העמודה האחרונה בטבלה כולה **F**)

39

39

טאוטולוגיות, סתירות, וקונטינגנטיות

נוסחה $\mathbf{\neg}$ היא קונטינגנטית

אם ורק אם

$\mathbf{\neg}$ אינה טאוטולוגיה ואינה סתירה

(העמודה האחרונה בטבלה מכילה גם **T** וגם **F**)

40

40

דוגמאות

P	\vee	\sim	P
T	T	F	T
F	T	T	F

טאוטולוגיה

P	$\&$	\sim	P
T	F	F	T
F	F	T	F

סתירה

P	\rightarrow	\sim	P
T	F	F	T
F	T	T	F

נוסחה קונטינגנטית

41

41

שאלות על פרק 3:
תקפות בתחשיב הפסוקים
???

42

42