לוגיקה:
תחשיב הפסוקים

1

1

חברי.ות הסגל שלום,

בימים אלו מופץ סקר שביעות רצון מההוראה בקרב הסטודנטים.יות. הסקר משמעותי וחשוב משום שהוא מאפשר לנו המרצים.ות להקשיב לקולם.ן של הסטודנטים.יות ולהבין את החוויות והצרכים שלהם.ן.

אנא הקצו מספר דקות במהלך השיעור ואפשרו לסטודנטים.יות לענות על הסקר.

הסקר מופץ בין התאריכים 1.1.2023-21.1.2023
חשוב לציין בפניהם.ן שהסקר אנונימי והמרצה רואה את הממצ רק לאחר תקופת הבחינות.

להלן קישור לסקר אותו תוכלו <u>להציג או לשלוח לסטודנטים.</u> ולעודד את השתתפותם.ן

הקישור לסקר מופיע בעמוד הראשי של המודל.

קישור לסקר

הקצנו בשבוע שעבר.

בתודה מראש על שיתוף הפעולה!
היחידה לקידום איכות ההוראה והלמידה

2

שמחים להודיע על מפגש סוף הסמסטר של המועדון הפילוסופי,
במתכונת "הפילוסופים השיכורים"!

מה: נפגשים בפאב לבירות ושיחה פילוסופית פתוחה
מי: ד"ר אורי ליבוביץ ותלמידי המחלקה מדברים על הנושא: "בשם החופש – די להשכלה!"
מתי: יום שלישי, ה-17 לינואר, בין 19.30-21.30 (Happy Hour)
איפה: ב"בר אילן", רח' רינגלבלום 86 (5 דקות הליכה מהקמפוס)

- **מספר המקומות מוגבל** - נא לאשר הגעה עד **יום חמישי, 12.1** לכתובת המייל benshmer@bgu.ac.il

3

התוכנית

היום לקראת סוף השיעור: בוחן ניסיון

בשבוע הבא: בוחן 2
- 7 הוכחות בתחשיב הפסוקים

לאחר מכן:
מועד א: 8.2.23 בשעה 9 (בניין 90 חדרים 230 ו- 231)
מועד ב: 1.3.23 בשעה 9 (בניין 34 חדר 102)
נא לבדוק שוב מיקומי המבחן לפני כל מועד

4

4

מבחן סיום

מבנה המבחן:
- 5 טבלאות אמת (סה"כ 20 נק')
- תרגום של 6 משפטים מעברית/אנגלית לשפת תחשיב הפסוקים (סה"כ 24 נק')
- אמת/שקר (4 פסוקים: סה"כ 8 נק')
- 4 הוכחות בתחשיב הפסוקים (סה"כ 48 נק')

כלומר קומבינציה של מה שראיתן/ם בבוחן 1 ובבוחן 2
זה יראה בדיוק אותו דבר כמו מה שראיתן/ם!
אין הפתעות!

5

5

יחידה 2
הוכחות בתחשיב הפסוקים

6

6

הרעיון הבסיסי

טבלאות אמת הן כלי לא מאד יעיל

אנחנו מפרטים את כל המקרים האפשריים

בעוד שרק המקרים בהם כל ההנחות אמיתיות מעניינים אותנו.

7

7

Basic Idea

We start with a few argument forms,
which we **know** are valid,
and we use these
to demonstrate that other argument forms are valid.

We demonstrate (show) that
a given argument form is valid by
deriving (**deducing**) its conclusion
from its premises
using a few **fundamental modes of reasoning**.

8

8

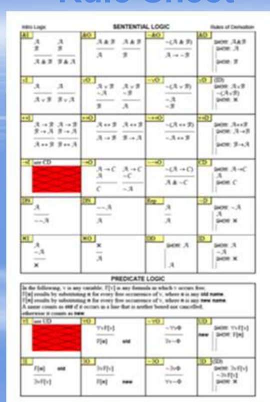
Rule Sheet

provided on exam

available on Moodle

make a copy and

keep it in front of you when doing homework



don't make up your own rules

9

9

Inference Rules (so far)

&I: A, B ⁄ A & B; A, B ⁄ B & A	**&O**: A & B ⁄ A; A & B ⁄ B
∨I: A ⁄ A ∨ B; A ⁄ B ∨ A	**∨O**: A ∨ B, ~A ⁄ B; A ∨ B, ~B ⁄ A
→I: see CD	**→O**: A → B, A ⁄ B; A → B, ~B ⁄ ~A
DN: A ⁄ ~~A	**DN**: ~~A ⁄ A

10

10

Direct Derivation

The Original and Fundamental ~~SHOW~~-Rule

~~SHOW~~: A DD

∘

∘

∘

A

In Direct Derivation (**DD**),
one ***directly*** arrives at
the **very** formula
one is trying to show.

11

11

Conditional Derivation (CD)

~~SHOW~~: A→C CD conditional derivation

A As assumption

~~SHOW~~: C ?D depends on formula

∘

∘

∘

Affiliated Assumption-Rule

if one has a line of the form SHOW: A→C
then one is entitled to write the formula A
on the ***very next*** line, as an assumption

12

12

Negation Derivation (~D)

~~SHOW~~: ~A		~D	
	A	As	assumption
	~~SHOW~~: X	DD	special symbol for "absurdity"
	∘		always done by DD
	∘		
	X	XI	see later for details

to show that A is **false** (~A),
one **assumes** that A is **true**,
and shows that this leads to **absurdity**

13

13

Affiliated Rules

Contradiction-In (XI)

if you have a formula	A
and you have its negation	~A
then you are entitled to infer	———
a contradiction (absurdity)	X

Assumption Rule

If one has a line of the form	SHOW: ~A
then one is entitled to write the formula	A
on the *very next* line, as an assumption.	

14

14

Example 4

(1)	P → Q	Pr	
(2)	Q → ~P	Pr	
(3)	~~SHOW~~: ~P	~D	
(4)	P	As	
(5)	~~SHOW~~: X	DD	
(6)	Q	1,4,	→O
(7)	~P	2,6,	→O
(8)	X	4,7,	XI

15

15

Example 5

(1)	P → Q	Pr	
(2)	~~SHOW~~: ~(P & ~Q)	~D	
(3)	P & ~Q	As	
(4)	~~SHOW~~: X	DD	
(5)	P	3,	&O
(6)	~Q	3,	&O
(7)	Q	1,5,	→O
(8)	X	6,7,	XI

16

16

Example 6

(1)	P → (Q → ~R)	Pr	
(2)	~~SHOW~~: (P → R) → (P → ~Q)	CD	
(3)	P → R	As	
(4)	~~SHOW~~: P → ~Q	CD	
(5)	P	As	
(6)	~~SHOW~~: ~Q	~D	
(7)	Q	As	
(8)	~~SHOW~~: X	DD	
(9)	Q → ~R	1,5,	→O
(10)	R	3,5,	→O
(11)	~R	7,9,	→O
(12)	X	10,11,	XI

17

17

Can we show the following?

(1)	P → Q	Pr
(2)	~P → Q	Pr
(3)	SHOW: Q	??

We are stuck!!

☹

we have	P → Q
so to apply	→O
we must find	P
or find	~Q

we also have	~P → Q
so to apply	→O
we must find	~P
or find	~Q

18

18

Indirect Derivation

~~SHOW~~: A	ID	~~SHOW~~: ~A	~D
~A	As	A	As
~~SHOW~~: X	DD	~~SHOW~~: X	DD
°		°	
°		°	
X		X	

this is exactly parallel to ~D,
and is another version of
the traditional mode of reasoning known as
REDUCTIO AD ABSURDUM

19

19

Using ID

the difference between ID and ~D is that
~D applies only to negations,
whereas ID applies (in principle) to all formulas;
it is a generic rule, like direct-derivation.

although ID can, in principle, be used on
any formula,
it is best used on two types of formulas.

1. **atomic formulas** P, Q, R, etc.
2. **disjunctions** AvB

20

20

Show-Atomic Strategy

~~SHOW~~: A	ID
~A	As
~~SHOW~~: X	DD
°	
°	
X	

A is atomic (P,Q,R, etc.)

21

21

Example 1

(1)	$P \rightarrow \sim Q$	Pr	
(2)	$\sim P \rightarrow \sim Q$	Pr	
(3)	~~SHOW~~: ~Q	ID	
(4)	~~Q	As	
(5)	~~SHOW~~: X	DD	
(6)	~P	1,4,	→O
(7)	~Q	2,6,	→O
(8)	X	4,7,	XI

22

22

דוגמה מפורסמת

$P \rightarrow \sim Q; \sim P \rightarrow \sim Q / \sim Q$

P – אלוהים יכול ליצור סלע כבד כל כך שהוא עצמו אינו יכול להרימו

~P - אלוהים **לא** יכול ליצור סלע כבד כל כך שהוא עצמו אינו יכול להרימו

Q – אלוהים כל יכול

~Q – אלוהים **לא** כל יכול

1. אם אלוהים יכול ליצור סלע כבד כל כך שהוא עצמו אינו יכול להרימו, אז אלוהים **לא** כל יכול.
2. אם אלוהים **לא** יכול ליצור סלע כבד כל כך שהוא עצמו אינו יכול להרימו, אז אלוהים **לא** כל יכול.
3. לכן, אלוהים **לא** כל יכול.

טיעון זה הוא טיעון תקף! (כפי שהוכחנו)

השאלה היחידה היא אם הוא **נכון עובדתית** (האם ייתכן שלא?)

23

Example 2

(1)	~(P & ~Q)	Pr	
(2)	~~SHOW~~: $P \rightarrow Q$	CD	
(3)	P	As	
(4)	~~SHOW~~: Q	ID	
(5)	~Q	As	
(6)	~~SHOW~~: X	DD	
(7)	P & ~Q	3,5,	&I
(8)	X	1,7,	XI

24

24

Show-Disjunction Strategy

~~SHOW~~: AvB — ID — vD
~[AvB] — As
~~SHOW~~: X — DD
°
°
X

Affiliated Inference-Rule Tilde-Wedge-Out (~vO)

~(A v B)	~(A v B)
~A	~B

Example 3

(1)	~P → Q	Pr	
(2)	~~SHOW~~: P ∨ Q	ID	
(3)	~(P ∨ Q)	As	
(4)	~~SHOW~~: X	DD	
(5)	~P	3,	~∨O
(6)	~Q		
(7)	Q	1,5,	→O
(8)	X	6,7,	XI

Example 4

(1)	~P → (~Q ∨ R)	Pr	
(2)	~~SHOW~~: Q → (P ∨ R)	CD	
(3)	Q	As	
(4)	~~SHOW~~: P ∨ R	ID	
(5)	~(P ∨ R)	As	
(6)	~~SHOW~~: X	DD	
(7)	~P	5,	~∨O
(8)	~R		
(9)	~Q ∨ R	1,7,	→O
(10)	~Q	8,9,	∨O
(11)	X	3,10,	XI

Example 5

(1)	(P ∨ Q) → (P & Q)	Pr	
(2)	~~SHOW~~: (P & Q) ∨ (~P & ~Q)	ID	
(3)	~[(P & Q) ∨ (~P & ~Q)]	As	
(4)	~~SHOW~~: X	DD	
(5)	~(P & Q)	3,	~∨O
(6)	~(~P & ~Q)		
(7)	~(P ∨ Q)	1,5,	→O
(8)	~P	7,	~∨O
(9)	~Q		
(10)	~P & ~Q	8,9,	&I
(11)	X	6,10,	XI

Show-Conjunction Strategy

~~SHOW~~: A&B — &D
~~SHOW~~: A — ??
°
°
°
~~SHOW~~: B — ??
°
°
°

NEW RULE
NEW STRATEGY

Example 1

(1)	P → (Q & R)	Pr	
(2)	SHOW: (P → Q) & (P → R)	&D	
(3)	SHOW: P → Q	CD	
(4)	P	As	
(5)	SHOW: Q	DD	
(6)	Q & R	1,4,	→O
(7)	Q	6,	&O
(8)	SHOW: P → R	CD	
(9)	P	As	
(10)	SHOW: R	DD	
(11)	Q & R	1,9,	→O
(12)	R	11,	&O

31

31

(1)	P → Q	Pr	
(2)	Q → P	Pr	
(3)	Q → ~P	Pr	
(4)	SHOW: ~P & ~Q	&D	
(5)	SHOW: ~P	~D	
(6)	P	As	
(7)	SHOW: X	DD	
(8)	Q	1,6,	→O
(9)	~P	3,8,	→O
(10)	X	6,9,	XI
(11)	SHOW: ~Q	~D	
(12)	Q	As	
(13)	SHOW: X	DD	
(14)	P	2,12,	→O
(15)	~P	3,12,	→O
(16)	X	14,15,	XI

32

32

(1)	P ∨ Q	Pr	
(2)	P → ~Q	Pr	
(3)	SHOW: (P → Q) → (Q & ~P)	CD	
(4)	P → Q	As	
(5)	SHOW: Q & ~P	&D	
(6)	SHOW: Q	ID	
(7)	~Q	As	
(8)	SHOW: X	DD	
(9)	P	1,7,	∨O
(10)	Q	4,9,	→O
(11)	X	7,10,	XI
(12)	SHOW: ~P	~D	
(13)	P	As	
(14)	SHOW: X	DD	
(15)	~Q	2,13,	→O
(16)	~P	4,15,	→O
(17)	X	13,16,	XI

33

33

Inference-Rule Tilde-Ampersand-Out (~&O)

~(A & B)

A → ~B

34

34

Inference-Rule Tilde-Arrow-Out (~→O)

~(A → B)

A & ~B

35

35

The Show-Line Rule

בכל שלב בהוכחה, מותר לרשום את הביטוי
'SHOW:A'
לכל נב"כ A שנרצה

בכתיבת השורה
'SHOW:A'
כל שאנו אומרים הוא "כעת אנסה להראות את הנוסח A"
כלומר, כלל זה אומר שבכל שלב מותר לנו **לנסות** להראות כל דבר שנרצה

36

36

Example 1

(1)	(P → Q) → (P → R)	Pr
(2)	~~SHOW~~: (P & Q) → R	CD
(3)	P & Q	As
(4)	~~SHOW~~: R	DD
(5)	~~SHOW~~: P → Q	CD
(6)	P	As
(7)	~~SHOW~~: Q	DD
(8)	Q	3, &O
(9)	P → R	1,5, →O
(10)	P	3, &O
(11)	R	9,10, →O

37

37